九章算術細草圖說

九章算術細草圖說卷四

魏 劉 徽 注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 敕注釋

鍾祥李 潢雲門譔

少廣以御積冪方圓

少廣臣淳風等謹按一畝之田廣一步長二百四十步今欲截取其從少以益其廣故曰少廣

少廣

術曰置全步及分母子以最下分母徧乘諸分子及全步臣淳風等謹按以分母乘全步者通其分也以母乘子者齊其子也各以其母除其子置之於左命通分者又以分母

徧乘諸分子及已通者皆通而同之并之為法

臣淳風等謹按諸子悉通故可并之為法亦不宜用合分術列數尤多若用乘則算數至繁故別制此術從省約

置所求步數以全步積分乘之為實

此以田廣為法以畝積步為實法有分者當同其母齊其子以同乘法實而并齊於法今以分母乘全步及子子如母而一並以并全法則實法實俱長意亦等也故如法而一得從步數

如法而一得從步

說曰置全步及分母子以最下分母徧乘諸分子及全步各以其母除其子置之於左者如第十一問最下分母一十二以分母一十二徧乘諸分子齊其子也以分母一十二乘全步通其

分也又以各分母除所通數置之於左以俟通
而同之也命通分者以所通數爲實以各分母
爲法而命之如十二爲所通數以十一除之不
盡命爲十一分之十二是也又以分母徧乘諸
分子及已通者皆通而同之并之爲法者諸分
子者以各分母除所通數不盡者也已通者以
各分母除所通數適盡者也又以分母徧乘之
所以通之也以各分母除之皆盡所以同之也
母同則子齊故可并齊於同以爲法也置所求
步數以全步積分乘之爲實者所求步數如下

問求田一畝通爲二百四十步是也全步積分者即已通數爲同者也以同乘所求步數爲實并齊於同以爲法注所謂法實俱長者是也注云亦不宜用合分術列數尤多若用乘則算數至繁者如第十一問依合分術母相乘得四億七千九百萬一千六百爲全步積分并齊於同得一十四億八千六百四十四萬二千八百八十步以爲法則至繁矣故别制此術從省約也

今有田廣一步半求田一畝問從幾何

荅曰一百六十步

術曰下有半是二分之一以一爲二半爲一并之得三爲法置田二百四十步亦以一爲二乘之爲實實如法得從步

艸曰置一步二分步之一於位以分母二乘分子及全步皆爲二又以其母除之則一爲二半爲一并之得三爲法置田二百四十步亦以一爲二乘之得四百八十步爲實實如法得一百六十步即從步也合問

今有田廣一步半三分步之一求田一畝問從幾何

荅曰一百三十步一十一分步之一十

術曰下有三分以一爲六半爲三三分之一爲二并之得一十一爲法置田二百四十步亦以一爲六乘之爲實實如法得從步

草曰置一步二分步之一三分步之一於位以最下分母三徧乘諸分子及全步皆爲三各以其母除之則一爲三半爲二分之三三分之一爲一置之於左又以分母二乘分子及已通者仍以其母除之則一爲六半爲三三分之一爲二并之得一十一爲法置田二百四十步亦以一爲六乘之得一千四百四十步爲實實如法

得一百三十步一十一分步之一十即從步也

合問

今有田廣一步半三分步之一四分步之一求田一畝問從幾何

荅曰一百一十五步五分步之一

術曰下有四分以一為一十二半為六三分之一為四四分之一為三并之得二十五以為法

置田二百四十步亦以一為一十二乘之為實

實如法而一得從步

草曰置一步二分步之一三分步之一四分步

之一於位以最下分母四徧乘諸分子及全步
皆爲四各以其母除之則一爲四半爲二三分
之二爲三分之四四分之一爲一置之於左又
以分母三乘分子及已通者仍以其母除之則
一爲一十二半爲六三分之一爲四四分之一
爲三并之得二十五以爲法置田二百四十步
亦以一爲一十二乘之得二千八百八十步爲
實實如法得一百一十五步二十五分步之五
子母各以五約之爲五分步之一卽從步也合
問

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一求田一畝問從幾何

荅曰一百五步一百三十七分步之一十五

術曰下有五分以一為六十半為三十三分之一為二十四分之一為一十五五分之一為一十二并之得一百三十七以為法置田二百四十步亦以一為六十乘之為實實如法得從步

草曰置一步二分步之一三分步之一四分步之一五分步之一於位以最下分母五徧乘諸

分子及全步皆爲五各以其母除之則一爲五半爲二分之五三分之一爲三分之五四分之一爲四分之五五分之一爲一置之於左又以分母四徧乘諸分子及已通者各以其母除其子則一爲二十半爲一十三分之一爲三分之二十四分之一爲五五分之一爲四置之於左又以分母三乘分子及已通者仍以分母除其子則一爲六十半爲三十三分之一爲二十四分之一爲一十五五分之一爲一十二并之得一百三十七以爲法置田二百四十步亦以一

爲六十乘之得七萬四千四百步爲實實如法
得一百五步一百三十七分步之一十五卽從
步也合問
今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步
之一六分步之一求田一畝問從幾何
荅曰九十七步四十九分步之四十七
術曰下有六分以一爲一百二十半爲六十三
分之一爲四十四分之一爲三十五分之一爲
二十四六分之一爲二十并之得二百九十四
以爲法置田二百四十步亦以一爲一百二十

乘之爲實實如法得從步

草曰置一步二分步之一三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一於位以最下分母六徧乘諸分子及全步皆爲六各以其母除之則一爲六半爲三三分之一爲二四分之一爲四分之六欽裴按約四分之六爲二分之三則從省矣五分之一爲五分之六六分之一爲一置之於左又以分母五徧乘諸分子及已通者各以其母除其子則一爲三十半爲一十五三分之一爲一十四分之一爲四分之三十五分之一爲六六分之

一爲五置之於左又以分母四徧乘分子及已通者仍以分母除其子則一爲一百二十半爲六十三分之一爲四十四分之一爲三十五分之一爲二十四六分之一爲二十并之得二百九十四以爲法置田二百四十步亦以一爲一百二十乘之得二萬八千八百步爲實實如法得九十七步二百九十四分步之二百八十二子母各以六約之爲四十九分步之四十七即從步也合問

欽裴按依下李注凡爲術之意約省爲善宜云

下有六分以一爲六十半爲三十三分之一爲
二十四分之一爲一十五五分之一爲一十二
六分之一爲一十并之得一百四十七以爲法
置田二百四十步亦以一爲六十乘之爲實實
如法得從步其術亦得知不繁也

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步
之一六分步之一七分步之一求田一畝問從幾何

荅曰九十二步一百二十一分步之六十
八

術曰下有七分以一爲四百二十半爲二百一

十三分之一爲一百四十四分之一爲一百五
五分之一爲八十四六分之一爲七十七分之
一爲六十并之得一千八十九以爲法置田二
百四十步亦以一爲四百二十乘之爲實實如
法得從步
草曰置一步二分步之一三分步之一四分步
之一五分步之一六分步之一七分步之一於
位以最下分母七徧乘諸分子及全步皆爲七
各以其母除之則一爲七半爲二分之七三分
之一爲三分之七四分之一爲四分之七五分

之一爲五分之七六分之一爲六分之七七分之一爲一置之於左又以分母六徧乘諸分子及已通者各以其母除其子則一爲四十二半爲二十一三分之一爲一十四四分之一爲四分之四十二約爲二十分之二十一五分之一爲五分之四十二六分之一爲七七分之一爲六置之於左又以分母五徧乘諸分子及已通者各以其母除其子則一爲二百一十半爲一百五三分之一爲七十四分之一爲二分之一百五五分之一爲四十二六分之一爲三十五七

分之一爲三十置之於左又以分母二徧乘諸
分子及已通者仍以分母除其子則一爲四百
二十半爲二百一十三分之一爲一百四十四
分之一爲一百五五分之一爲八十四六分之
一爲七十七分之一爲六十并之得一千八十
九以爲法置田二百四十步亦以一爲四百二
十乘之得一十萬八百步爲實實如法得九十
二步一千八十九分步之六百一十二子母各
以九約之爲一百二十一分步之六十八卽從
步也合問

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一求田一畝問從幾何

荅曰八十八步七百六十一分步之二百三十二

術曰下有八分以一爲八百四十半爲四百二十三分之一爲二百八十四分之一爲二百一十五分之一爲一百六十八六分之一爲一百四十七分之一爲一百二十八分之一爲一百五并之得二千二百八十三以爲法置田二百

四十步亦以一爲八百四十乘之爲實實如法

得從步

草曰置一步二分步之一三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一於位以最下分母八徧乘諸分子及全步皆爲八各以其母除之則一爲八半爲四三分之一爲三分之八四分之一爲二五分之一爲五分之八六分之一爲六分之八約爲三分之四七分之一爲七分之八八分之一爲一

置之於左又以分母七徧乘諸分子及巳通者

各以其母除其子則一爲五十六半爲二十八三分之一爲三分之五十六四分之一爲一十四五分之一爲五分之五十六六分之一爲三分之二十八七分之一爲八八分之一爲七置之於左又以分母三徧乘諸分子及已通者各以其母除其子則一爲一百六十八半爲八十四三分之一爲五十六四分之一爲四十二五分之一爲五分之一百六十八六分之一爲二十八七分之一爲二十四八分之一爲二十一置之於左又以分母五徧乘諸分子及已通者

仍以其母除其子則一爲八百四十半爲四百二十三分之一爲二百八十四分之一爲二百一十五分之一爲一百六十八六分之一爲一百四十七分之一爲一百二十八分之一爲一百五并之得二千二百八十三以爲法置田二百四十步亦以一爲八百四十乘之得二十萬一千六百步爲實實如法得八十八步二千二百八十三分步之六百九十六子母各以三約之爲七百六十一分步之二百三十二卽從步也合問

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一求田一畝問從幾何

荅曰八十四步七千一百二十九分步之五千九百六十四

術曰下有九分以一爲二千五百二十半爲一千二百六十三分之一爲八百四十四分之一爲六百三十五分之一爲五百四六分之一爲四百二十七分之一爲三百六十八分之一爲三百一十五九分之一爲二百八十并之得七

千一百二十九以爲法置田二百四十步亦以一爲二千五百二十乘之爲實實如法得從步

草曰置一步二分步之一三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一於位以最下分母九徧乘諸分子及全步皆爲九各以其母除之則一爲九半爲二分之九三分之一爲三四分之一爲四分之九五分之一爲五分之九六分之一爲六分之九約爲二分之三七分之一爲七分之九八分之一爲八分之九九分之一爲一置

之於左又以分母八徧乘諸分子及已通者各以其母除其子則一爲七十二半爲三十六三分之一爲二十四四分之一爲一十八五分之一爲五分之七十二六分之一爲一十二七分之一爲七分之七十二八分之一爲九九分之一爲八置之於左又以分母七徧乘諸分子及已通者各以其母除其子則一爲五百四半爲二百五十二三分之一爲一百六十八四分之一爲一百二十六五分之一爲五分之五百四六分之一爲八十四七分之一爲七十二八分

之一爲六十三九分之一爲五十六置之於左

又以分母五徧乘諸分子及已通者仍以分母

除其子則一爲二千五百二十半爲一千二百

六十三分之一爲八百四十四分之一爲六百

三十五分之一爲五百四六分之一爲四百二

十七分之一爲三百六十八分之一爲三百一

十五九分之一爲二百八十并之得七千一百

二十九以爲法置田二百四十步亦以一爲二

千五百二十乘之得六十萬四千八百步爲實

實如法得八十四步七千一百二十九分步之

五千九百六十四即從步也合問
今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步
之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步
之一十分步之一求田一畝問從幾何
荅曰八十一步七千三百八十一分步之
六千九百三十九
術曰下有一十分以一爲二千五百二十半爲
一千二百六十三分之一爲八百四十四分之
一爲六百三十五分之一爲五百四六分之一
爲四百二十七分之一爲三百六十八分之一

爲三百一十五九分之一爲二百八十十分之
一爲二百五十二并之得七千三百八十一以
爲法置田二百四十步亦以一爲二千五百二
十乘之爲實實如法得從步

草曰置一步二分步之一三分步之一四分步
之一五分步之一六分步之一七分步之一八
分步之一九分步之一十分步之一於位以最
下分母一十徧乘諸分子及全步皆爲一十各
以其母除之則一爲一十半爲五三分之一爲
三分之一十四分之一爲四分之一十約爲二

分之五五分之一爲二六分之一爲六分之一
十納爲三分之五七分之一爲七分之一十八
分之一爲八分之一十納爲四分之五九分之
一爲九分之一十十分之一爲一置之於左又
以分母九徧乘諸分子及已通者各以其母除
其子則一爲九十半爲四十五三分之一爲三
十四分之一爲二分之四十五五分之一爲二
十八六分之一爲一十五七分之一爲七分之
九十八分之一爲四分之四十五九分之一爲
一十十分之一爲九置之於左又以分母四徧

乘諸分子及已通者各以其母除其子則一爲三百六十半爲一百八十三分之一爲一百二十四分之一爲九十五分之一爲七十二六分之一爲六十七分之一爲七分之三百六十八分之一爲四十五九分之一爲四十十分之一爲三十六置之於左又以分母七徧乘諸分子及已通者仍以分母除其子則一爲二千五百二十半爲一千二百六十三分之一爲八百四十四分之一爲六百三十五分之一爲五百四六分之一爲四百二十七分之一爲三百六

八分之一爲三百一十五九分之一爲二百八十十分之一爲二百五十二并之得七千三百八十一以爲法置田二百四十步亦以一爲二千五百二十乘之得六十萬四千八百步爲實實如法得八十一步七千三百八十一分步之六千九百三十九即從步也合問

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一十分步之一十一分步之一求田一畝問從幾何

荅曰七十九步八萬三千七百一十一分步之三萬九千六百三十一

術曰下有一十一分以一爲二萬七千七百二十半爲一萬三千八百六十三分之一爲九千二百四十四分之一爲六千九百三十五分之一爲五千五百四十四六分之一爲四千六百二十七分之一爲三千九百六十八分之一爲三千四百六十五九分之一爲三千八十十分之一爲二千七百七十二一十一分之一爲二千五百二十并之得八萬三千七百一十二

以爲法置田二百四十步亦以一爲二萬七千七百二十乘之爲實實如法得從步

草曰置一步二分步之一三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一十分步之一十一分步之一於位以最下分母一十一徧乘諸分子及全步皆爲一十一各以其母除之則一爲一十一半爲二分之一十一三分之一爲三分之一十一四分之一爲四分之一十一五分之一爲五分之一十一六分之一爲六分之一十一七

分之一爲七分之一十一八分之一爲八分之一十一九分之一爲九分之一十一十分之一爲十分之一十一十一分之一爲一置之於左又以分母一十偏乘諸分子及已通者各以其母除其子則一爲一百一十半爲五十五三分之一爲三分之一百一十四分之一爲四分之一百一十約爲二分之五十五分之一爲二十二六分之一爲六分之一百一十約爲三分之五十五七分之一爲七分之一百一十八分之一爲八分之一百一十約爲四分之五十五

九分之一爲九分之二百一十十分之一爲一
十一十一分之一爲一十置之於左又以分母
九徧乘諸分子及已通者各以其母除其子則
一爲九百九十半爲四百九十五三分之一爲
三百三十四分之一爲二分之四百九十五五
分之一爲一百九十八六分之一爲一百六十
五七分之一爲七分之九百九十八分之一爲
四分之四百九十五九分之一爲一百一十十
分之一爲九十九十一分之一爲九十置之於
左又以分母四徧乘諸分子及已通者各以其

母除其子則一爲三千九百六十半爲一千九百八十三分之一爲一千三百二十四分之一爲九百九十五分之一爲七百九十二六分之一爲六百六十七分之一爲七分之三千九百六十八分之一爲四百九十五九分之一爲四百四十十分之一爲三百九十六十一分之一爲三百六十置之於左又以分母七偏乘諸分子及已通者仍以分母除其子則一爲二萬五千七百二十半爲一萬三千八百六十三分之一爲九千二百四十四分之一爲六千九百三

十五分之一爲五千五百四十四六分之一爲四千六百二十七分之一爲三千九百六十八分之一爲三千四百六十五九分之一爲三千八十十分之一爲二千七百七十二十一分之一爲二千五百二十并之得八萬三千七百一十一以爲法置田二百四十步亦以一爲二萬七千七百二十乘之得六百六十五萬二千八百步爲實實如法得七十九步八萬三千七百一十一分步之三萬九千六百三十一即從步也合問

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一十分步之一十一分步之一十二分步之一求田一畝問從幾何

荅曰七十七步八萬六千二十一分步之二萬九千一百八十三

術曰下有一十二分以一爲八萬三千一百六十半爲一萬一千五百八十三分之一爲二萬七千七百二十四分之一爲二萬七百九十五分之一爲一萬六千六百三十二分之一爲

一萬三千八百六十七分之一爲一萬一千八百八十八分之一爲一萬三百九十五九分之一爲九千二百四十一十分之一爲八千三百一十六十一分之一爲七千五百六十十二分之一爲六千九百三十并之得二十五萬八千六十三以爲法置田二百四十步亦以一爲八萬三千一百六十乘之爲實實如法得從步

臣淳風等謹按凡爲術之意約省爲善宜云下有一十二分以一爲二萬七千七百二十半爲一萬三千八百六十三分之一爲九千二百四十四分之一爲六千九百三十五分之一爲五千五百四十四六分之一爲四千六百二十七分之一爲三千九百六十八分之一爲三千四百大

十五九分之一爲三千八十十分之一爲二千七百七十二十一分之一爲二千五百二十十二分之一爲二千三百一十并之得八萬六千二十一以爲法置田二百四十步亦以一爲二萬七千七百二十乘之以爲實實如法得從步其術亦得知不繁也

草曰置一步二分步之一三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一十分步之一十一分步之一十二分步之一於位以最下分母一十二徧乘諸分子及全步皆爲一十二各以其母除之則一爲一十二半爲六三分之一爲四四分之一爲三五分之一爲五分之一十二六分之

一爲二七分之一爲七分之一十二八分之一爲八分之一十二約爲二分之三九分之一爲九分之一十二欽裴按九分之一十二約爲三分之四則省如李注十分之一爲十分之一十二欽裴按不約十分之一十二爲五分之六者爲以分母一十通之以分母二五除之皆盡可省一通分故也十一分之一爲十一分之一十二十二分之一爲一置之於左又以分母一十一徧乘諸分子及已通者各以其母除其子則一爲一百三十二半爲六十六三分之一爲四十四四分之一爲三十三五分之一爲五分之一百三十二六分之一爲二十

二七分之一爲七分之一百三十二八分之一爲二分之三十三九分之一爲九分之一百三十二十分之一爲十分之一百三十二十一分之一爲一十二十二分之一爲一十一置之於左又以分母一十徧乘諸分子及已通者各以其母除其子則一爲一千三百二十半爲六百六十三分之一爲四百四十四分之一爲三百三十五分之一爲二百六十四六分之一爲二百二十七分之一爲一千三百二十八分之一爲一百六十五九分之一爲九分之一

千三百二十十分之一爲一百三十二七一分之一爲一百二十十二分之一爲一百一七置之於左又以以分母九徧乘諸分子及已通者各以其母除其子則一爲一萬一千八百八十半爲五千九百四十三分之一爲三千九百六十七四分之一爲二千九百七十五分之一爲二千三百七十六六分之一爲一千九百八十七分之一爲七分之一萬一千八百八十八分之一爲一千四百八十五九分之一爲一千三百二十十分之一爲一千一百八十八十一分之一

爲一千八十十二分之一爲九百九十置之於左又以分母七徧乘諸分子及已通者仍以分母除其子則一爲八萬三千一百六十半爲四萬一千五百八十三分之一爲二萬七千七百二十四分之一爲二萬七百九十五分之一爲一萬六千六百三十二六分之一爲一萬三千八百六十七分之一爲一萬一千八百八十八分之一爲一萬三百九十五九分之一爲九千二百四十十分之一爲八千三百一十六十一分之一爲七千五百六十十二分之一爲六千

九百三十并之得二十五萬八千六十三以爲法置田二百四十步亦以一爲八萬三千一百六十乘之得一千九百九十五萬八千四百步爲實實如法得七十七步二十五萬八千六十三分步之八萬七千五百四十九子母各以三約之爲八萬六千二十一分步之二萬九千一百八十三即從步也合問

今有積五萬五千二百二十五步問爲方幾何

荅曰二百三十五步

又有積二萬五千二百八十一步問爲方幾何

荅曰一百五十九步

又有積七萬一千六百二十四步問爲方幾何

荅曰二百六十八步

又有積五十六萬四千七百五十二步四分步之一問爲方幾何

荅曰七百五十一步半

又有積三十九億七千二百一十五萬六千六百二十五步問爲方幾何

荅曰六萬三千二十五步

開方 求方冪之一面也

術曰置積爲實借一算步之超一等言百之面十也言萬之面百也議所得以一乘所借一算爲法而以除先得黄甲之面上下相命是自乘而除也除已倍法爲定法倍之者豫張兩面朱冪定衺以待復除故曰定法其復除折法而下欲除朱冪者本當副置所得成方倍之爲定法以折議乘而以除如是當復步之而止乃得相命故使就上折下復置借算步之如初以復議一乘之欲除朱冪之角黄乙之冪其意如初之所得也所得副以加定法以除以所得副從定法再以黄乙之面加定法者是則張兩青冪之衺復除折下如前若開之不盡者爲不可開當以面命之術或有以借算加定法而命分者雖麤相近不可用也凡開積爲方方之自乘當還復其積分令不加借算而命分

則常微少其加借算而命分則又微多其數不可得而定故惟以面命之爲不失耳譬猶以三除十以其餘爲三分之一而復其數可舉不以面命之加定法如前求其微數微數無名者以爲分子其一退以十爲母其再退以百爲母退之彌下其分彌細則朱冪雖有所乘之數不足言之也

若實有分者通分內子爲定實乃開之訖開其母報除臣淳風等謹按分母可開者並通之積先合二母既開之後一母尚存故開分母求一母爲法以報除也若母不可開者又以母再乘定實乃開之訖令如母而一臣淳風等謹按分母不可開者本一母也又以母乘之乃合二母既開之後亦一母存焉故令如母而一得全面也又按此術開方者求方冪之一面也借一算者假借一算空有列位之名而無除積之實方隅得面是故借算列之於下也步之超一等者方十自乘其積有百方百自乘其積有萬故超位至百而言十至

萬而言百也議所得以一乘所借一算爲法而以除者先得黃甲之面以方爲積者兩相乘故開方除之還令兩面上下相命是自乘而除之也除已倍法爲定法者實積未盡當復更除故豫張兩面朱冪定袤以待復除故曰定除也其復除折法而下者欲除朱冪本當副置所得成方倍之爲定法以折議乘之而以除如是當復步之而止乃得相命故使就上折之而下也復置借算步之如初以復議一乘之所得副以加定法以除者欲除朱冪之角黃乙之冪以所得副從定法者再以黃乙之冪加定法是則張兩青冪之袤故如前開之卽合所問

潢按術文又以母再乘定實再字衍注故曰定除也除當作法再以黃乙之冪加定法冪當作面

草曰置積五萬五千二百二十五步爲實借一

算置於下步之超一等至百而止議得二百置於實上以乘所借一算得二百為法置於實之下借算之上以議與法相乘得四萬以減實實餘一萬五千二百二十五除已倍法得四百為定法折而下復置借算步之超一等至十而止議得三十置於實上次前議以乘借算得三十副之以三十加定法得四百三十為定法與議三十相乘得一萬二千九百以減實實餘二千三百二十五除已以所副三十從定法四百三十得四百六十為定法折而下復置借算步之

超一等至步而止議得五置於實上次前議以乘借算得五加定法得四百六十五為定法以議五乘之得二千三百二十五減實適盡上議得二百三十五步即方也合問

草曰置積二萬五千二百八十一步為實借一算步之超一等至百而止置上議一百以乘所借一算得一百為法以上議一百乘之得一萬以減實實餘一萬五千二百八十一步除已倍法得二百為定法折而下復置借算步之超一等至十而止置上議五十以乘借算得五十副

之以五十加定法得二百五十爲定法以上議三十乘之得一萬二千五百以減實實餘二千七百八十一步除已以所副五十從定法得三百爲定法折而下復置借算步之超一等至步而止置上議九乘借算得九以加定法得三百九爲定法以上議九乘之得二千七百八十一以減實適盡上議得一百五十九步卽方也合問

草曰置積七萬一千八百二十四步爲實借一算步之超一等至百而止置上議二百以乘所

借一算得二百為法以上議二百乘之得四萬以減實實餘三萬一千八百二十四步除已借法得四百為定法折而下復置借算步之超一等至十而止置上議六十以乘借算得六千副之以六十加定法得四百六十為定法以上議六十乘之得二萬七千六百以減實實餘四千二百二十四步除已以所副六十從定法得五百二十為定法折而下復置借算步之超一等至步而止置上議八乘借算得八以從定法得五百二十八為定法以上議八乘之得四千二

百二十四以減實適盡上議得二百六十八步
卽方也合問
草曰置積五十六萬四千七百五十二步四分
步之一通分內子得二百二十五萬九千九步
爲定實借一算步之超一等至千而止置上議
一千以乘借算得一千爲法以上議一千乘之
得一百萬以減實實餘一百二十五萬九千九
步除巳倍法得二千爲定法折而下復置借算
步之超一等至百而止置上議五百以乘借算
得五百副之以五百加定法得二千五百爲定

法以上議五百乘之得一百二十五萬以減實實餘九千九步除已以所副五百從定法得三千爲定法折而下復置借算步之超一等至步而止置上議三乘借算得三以加定法三千得三千三爲定法以上議三乘之得九千九以減實適盡上議得一千五百三步置分母四開之得二以除一千五百三步得七百五十一步半

郎方也合問

草曰置積三十九億七千二百一十五萬六百二十五步爲實借一算步之超一等至萬而止

置上議六萬以乘所借一算得六萬為法以上議六萬乘之得三十六億以減實實餘三億七千二百一十五萬六百二十五步除已倍法得一十二萬為定法折而下復置借算步之超一等至千而止置上議三千以乘借算得三千副之以三千加定法得一十二萬三千為定法以上議三千乘之得三億六千九百萬以減實實餘三百一十五萬六百二十五步除已以所副三千從定法得一十二萬六千為定法折而下復置借算步之再超一等至十而止置上議二

十以乘借算得二十副之以二十加定法得一十二萬六千二十爲定法以上議二十乘之得二百五十二萬四百以減實實餘六十三萬二百二十五步除已以所副二十從定法得一十二萬六千四十爲定法折而下復置借算步之超一等至步而止置上議五乘借算得五以加定法得一十二萬六千四十五爲定法以上議五乘之得六十三萬二百二十五以減實適盡上議得六萬三千二十五步即方也合問

說曰置積爲實借一算步之者平方有實方隅

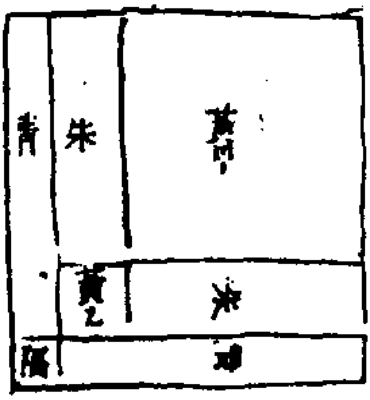
三層實置於上方置於中隅置於下借一算者
隅也除有實有法開方有實無法故借一算以
爲隅孫子所謂下法也步之者以隅步實定初
商之位也超一等者言百之面十言萬之面百
故以借算步之超一等至實百位下商十至實
萬位下商百自千以上可類推也議卽商也議
所得者初商之數也置於實之上以一乘所借
一算爲法者以初商乘隅爲方孫子所謂方法
也一乘者對立方再乘而言也而以除者以初
商乘方減實也除巳倍法爲定法者又以初商

乘隅加方也其復除折法而下者方一退也復置借算步之如初者以隅步實定次商之位即隅再退也超退一等步之猶超進一等步之也以復議一乘之者復議次商也一乘之者以次商乘隅也所得副以加定法者以次商乘隅加方也以除者以次商乘方減實也以所得副從定法者又以次商乘隅加方也復除折下如前者方一退隅再退求得三商以三商乘隅加方又以三商乘方減實如初商次商也若開之不盡者爲不可開當以面命之者以面爲母實餘

為子譬如積一十步開方除之得三步爲面餘一步命爲三分步之一通分內子便還復其積分也若實有分者至令如母而一帶分開方法也注云言百之面十也言萬之面百也者自乘則以面求冪故下注云方十自乘其積有百方百自乘其積有萬開方則以冪求面故云言百之面十言萬之面百也云先得黃甲之面上下相命是自乘而除也者黃甲之冪初商自乘之冪也其面初商也上謂議下謂法上下相命謂以議與法相乘於實內減去初商自乘正方冪

也云倍之者豫張兩面朱冪定袤以待復除故曰定法者兩面朱冪初商次商相乘之廉冪也廉有二故曰兩面倍初商爲兩廉之定袤待次商以爲之廣廣無定而袤有定故曰定法也云欲除朱冪者本當副置所得成方倍之爲定法以折議乘而以除者所得成方即黃甲之面初商也初商爲已有之數故曰成方折議者次商也倍初商爲兩廉之袤以次商爲兩廉之廣廣袤相乘而以除於實內減去兩廉冪也云欲除朱冪之角黃乙之冪其意如初之所得也者黃

乙之冪即次商冪連朱冪之角除之者實內減去次商自乘冪也云再以黃乙之面加定法是則張兩青冪之袤者黃乙之面次商也定法倍初商也青冪者三商兩廉冪也以次商加初商倍之為三商兩廉之袤待三商為之廣廣袤相乘實內減去青冪三商自乘實內減去隅冪也



如圖黃甲為初商所除方冪黃乙兩朱為次商所除隅冪及兩廉冪隅兩青為三商所除隅冪及兩廉冪

今有積一千五百一十八步四分步之三問爲圓周幾何

荅曰一百三十五步於徽術當周一百三十八步一十分步之一臣淳風等謹按此依密率爲周一百三十八步五十分步之九

又有積三百步問爲圓周幾何

荅曰六十步於徽術當周六十一步五十分步之十九臣淳風等謹按依密率爲周六十一步一百分步之四十

開圓

術曰置積步數以十二乘之以開方除之即得周此術以周三徑一爲率與舊圓田術相返覆也於徽術以三百一十四乘積如二十五而

一所得開方除之即周也開方除之即徑是爲
據見冪以求周猶失之於微少其以二百乘積
一百五十七而一開方除之即徑猶失之於微
多　臣淳風等謹按此注於徽術求周之法其
中不用開方除之即徑六字今本有者衍賸也
依密率八十八乘之七而一按周三徑一之率
假令周六徑二半周半徑相乘得冪三周六自
乘得三十六俱以等數除冪得一周之數十二
也其積本周自乘合以一乘之十二而一得積
三也術爲一乘不長故以十二而一得此積今
還原置此積三以十二乘之復其本周自乘之
數凡物自乘開方除之復其本數故開方除之
即周

草曰置積一千五百一十八步四分步之三通
分內子得六千七十五步以十二乘之得七萬
二千九百步爲實開方除之得二百七十步置

分母四開之得二以除二百七十步得一百三十五步卽圓周也合問

徽術草曰如前草求到六千七十五步以三百一十四乘之得一百九十萬七千五百五十步如二十五而一得七萬六千三百二步爲實開方除之得二百七十六步一十分步之三半之得一百三十八步一十分步之一卽圓周也餘實一十五步奇棄之

密率草曰如前草求到六千七十五步以八十八乘之得五十三萬四千六百步七而一得七

萬六千三百七十一步爲實餘三步棄之開方除之上議得二百七十六步一百分步之三十五餘實一步有奇棄之置上議半之得一百三十八步一百分步之一十七半其半收爲一爲二百分步之一十八子母各半之爲五十分步之九并之得一百三十八步五十分步之九即圓周也

草曰置積三百步以十二乘之得三千六百步爲實開方除之得六十步即圓周也合問

徽術草曰置積三百步以三百一十四乘之得

九萬四千二百步如二十五而一得三千七百六十八步爲實開方除之得六十一步一百分步之三十八子母各半之爲五十分步之十九即圓周也餘實棄之

密率草曰置積三百步以八十八乘之得二萬六千四百步七而一得三千七百七十一步四二八五爲實餘分棄之開方除之得六十一步一百分步之四十一即圓周也餘實棄之

今有積一百八十六萬八百六十七尺此尺謂立方之尺也凡物有高深而言積者曰立方問爲立方幾何

荅曰一百二十三尺

今有積一千九百五十三尺八分尺之一問爲立方幾何

荅曰一十二尺半

今有積六萬三千四百一尺五百一十二分尺之四百四十七問爲立方幾何

荅曰三十九尺八分尺之七

又有積一百九十三萬七千五百四十一尺二十七分尺之一十七問爲立方幾何

荅曰一百二十四尺太半尺

開立方（立方適等，求其一面也。）

術曰：置積爲實。借一算，步之，超二等。（言千之面十，言百萬之面百。）

議所得，以再乘所借一算爲法，而除之。（再乘者，亦求爲方冪。以上議命而除之，則立方等也。）

除已，三之爲定法。（爲當復除，故豫張三面，以定方冪爲定法也。）

復除，折而下。（復除者，三面方冪以皆自乘之數，須得折議定其厚薄爾。開平冪者，方百之面十；開立冪者，方千之面十。據定法已有成方之冪，故復除當以千爲百，折下一等也。）

以三乘所得數，置中行。（設三廉之定長。）

復借一算，置下行。（欲以爲隅方，立方等未有定數，且置一算定其位。）

步之，中超一，下超二位。（上方法長自乘而一折，中廉法但有長，故降一等；下隅法無面長，故又降一等也。）

復置議，以一乘中，（爲三廉備冪也。）再

乘下令隅自乘爲方冪也皆副以加定法以定法除三面三廉一隅皆已有冪以上議命之而除去三冡之厚也除已倍下并中從定法凡再以中三以下加定法者三廉各當以兩面之冪連於兩方之面一隅連於三廉之端以待復除也言不盡意解此要當以棊乃得明耳復除折下如前開之不盡者亦爲不可開術亦有以定法命分者不如故冪開方以微數爲分也若積有分者通分內子爲定實定實乃開之訖開其母以報除臣淳風等按分母可開者並通之積先合三母既開之後一母尚存故開分母求一母爲法以報除也若母不可開者又以母再乘定實乃開之訖令如母而一臣淳風等謹按分母不可開者本一母也又以母再乘之令合三母既開之後一母猶存故令如母而一得全面也按開

立方者立方適等求其一面之數也借一算步之超二等者立方求積方再自乘就積開之故超二位言千之面十言百萬之面百也議所得以再乘所借一算為法而以除者求為方冪以議命之而除則立方等也除已三之為定法者為積未盡當復更除故豫張三面已定方冪為定法也復除折而下者三面方冪皆已有自乘之數須得折議定其厚薄據開平方百之面十其開立方即千之面十而定法已有成方之冪故復除之當以千之為百折而下一等也以三乘所得數置中行者設三廉之定長也復借一算置下行者欲以為隅方立方等未有數且置一算定其位也步之中超一下超二者上方法長自乘而一折中廉法但有長故降一等下隅法無面長故又降一等也復置議以一乘中者為三廉借冪也再乘下者當令隅自乘為方冪也皆副以加定法以定法除者三面三廉一隅皆已有冪以上議命之而除去三冪之厚也除已倍下并中從定法者三廉各當以兩面之冪連於兩方之面一隅連於三廉之端以待復除也其

開之不盡者折下如前開方即合所問有分者通分內子開之訖開其母以報除可開者並通之積先合三母既開之後一母尚存故開分母者求一母爲法以報除若母不可開者又以母再乘定實乃開之訖令如母而一分母不可開者本一母又以母再乘令合三母既開之後亦一母尚存故令如母而一得全面也

續按注而除去三袤之厚也袤當作冪下注同

猶三廉借冪也借當如上注作備

草曰置積一百八十六萬八百六十七尺爲實借一算步之超二等至百而止議得一百置於實上以再乘所借一算得一萬爲方法置於實下議與法相乘得一百萬以減實實餘八十六

萬八百六十七尺除已置方法一萬三之得三
萬爲定法復除折而下以三乘上議一百得三
百爲廉法置中行復借一算置下行步之中超
一下超二至十而止議得二十置於實上次前
議以議二十一乘中三百得六千爲三廉冪再
乘下一算得四百爲隅冪皆副之以加定法三
萬得三萬六千四百爲定法與議二十相乘得
七十二萬八千以減實實餘一十三萬二千八
百六十七尺除已倍下四百爲八百并中六千
得六千八百從定法三萬六千四百得四萬三

千二百爲定法復除折而下以三乘上議二十得六十從中行三百得三百六十爲廉法復借一算置下行步之至尺而止議得三置於實上次前議以議三乘中三百六十得一千八十爲三廉冪再乘下一算得九爲隅冪并之得一千八十九以加定法四萬三千二百得四萬四千二百八十九爲定法與議三相乘得一十三萬二千八百六十七以減實適盡上議得一百二十三尺即立方也合問

草曰置積一千九百五十三尺八分尺之一通

分丙子得一萬五千六百二十五尺爲定實借一算步之超二等至十而止置上議二十再乘所借一算得四百爲方法議與法相乘得八千以減實實餘七千六百二十五尺除已置方法四百三之得一千二百爲定法復除折而下以三乘議二十得六十爲廉法置中行復借一算置下行步之中超一下超二至尺而止置上議五次前議以議五一乘中六十得三百爲廉冪再乘下一算得二十五爲隅冪并之得三百二十五以加定法一千二百得一千五百二十五

爲定法以議五乘之得七千六百二十五減實適盡上議得二十五尺置分母八開立方除之得二以除二十五尺得一十二尺半即立方也

合問

草曰置積六萬三千四百一尺五百一十二分尺之四百四十七通分內子得三千二百四十萬六千七百五十九尺爲定實借一算步之超二等至百而止置上議三百再乘所借一算得九萬爲方法以上議三百乘之得二千七百萬以減實實餘五百四十六萬一千七百五十

九尺除已以三乘方法九萬得二十七萬爲定
法復除折而下以三乘上議三百得九百爲廉
法置中行復借一算置下行步之中超一下超
二至十而止置上議一十以乘中九百得九千
爲廉冪再乘下一算得一百爲隅冪皆副之并
得九千一百以加定法二十七萬得二十七萬
九千一百爲定法以上議一十乘之得二百七
十九萬一千以減實實餘二百六十七萬七百
五十九尺除已倍下一百爲二百并中九千得
九千二百從定法二十七萬九千一百得二十

八萬八千三百爲定法復除折而下以三乘上
議一十得三十從中行九百得九百三十爲亷
法復借一算置下行步之中超一下超二至尺
而止置上議九一乘中九百三十得八千三百
七十爲亷冪再乘下一算得八十一爲隅冪并
之得八千四百五十一以加定法二十八萬八
千三百得二十九萬六千七百五十一爲定法
以上議九乘之得三百六十七萬七百五十九
減實適盡上議得三百一十九尺置分母五百
一十二開立方除之得八以除三百一十九尺

得三十九尺八分尺之七即立方也大合問
草曰置積一百九十三萬七千五百四十一尺
二十七分尺之一十七通分內子得五千二百
三十一萬三千六百二十四尺爲定實借一算
步之超二等至百而止置上議三百再乘所借
一算得九萬爲方法以上議三百乘之得二千
七百萬以減實實餘二千五百三十一萬三千
六百二十四尺除已以三乘方法九萬得二十
七萬爲定法復除折而下以三乘上議三百得
九百爲廉法置中行復借一算置下行步之中

超一下超二至十而止置上識七十一乘中九百得六萬三千爲廉冪再乘下一算得四千九百爲隅冪副之而後并之得六萬七千九百以加定法二十七萬得三十三萬七千九百爲定法以上識七十乘之得二千三百六十五萬三千以減實實餘一百六十六萬六百二十四尺除已倍下四千九百得九千八百并中六萬三千得七萬二千八百從定法三十三萬七千九百得四十一萬七百爲定法復除折而下以三乘上識七十得二百一十從中行廉法九百得

一千一百二十為廉法復借一算置下行步之中超一下超二置上議四一乘中一千一百一十得四千四百四十為廉冪再乘下一算得一十六為隅冪并之得四千四百五十六以從定法四十一萬七百得四十一萬五千一百五十六為定法以上議四乘之得一百六十六萬六百二十四減實適盡上議得三百七十四尺置分母二十七開立方除之得三以除三百七十四尺得一百二十四尺太半尺即立方也合問

說曰置積為實借一算步之借一算者下注所

謂隅法也立方有實方廉隅四層實置於上方
次之廉次之隅在下步之者以隅步實定初商
之位也超二等者言千之面十言百萬之面百
故以所借一算步之超至千而議十超至百萬
而議百自千以上可類推也議所得者初商之
數置於實上也以再乘所借一算爲法者以初
商乘隅爲廉又以初商乘廉爲方方即法也而
除之者以初商乘方減實也除已三之爲定法
者又以初商乘隅加廉以初商乘廉加方是三
因初商自乘爲定法注所謂方法也復除折而

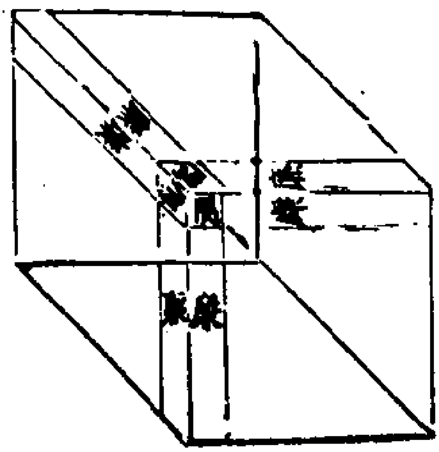
下者方一退也以三乘所得數置中行者所得數即初商數也又以初商乘隅加廉是三因初商數爲廉注所謂廉法也復借一算置下行步之者以隅步實定次商之位也中超一下超二位者廉再退隅三退也不言退者超兼進退自一步十步百則超而進自百步十步一則超而退也復置議以一乘中再乘下皆副以加定法者以次商乘隅加廉又以次商乘廉加方爲定法也以定法除者以次商乘方減實也除已倍下并中從定法者又以次商乘隅加廉以次商

乘廉加方也復除折下如前者三因次商加廉爲廉法方一退廉再退隅三退步之如前也若積有分者至令如母而一帶分開立方法也開其母以報除者置分母於位開立方除之所得以除上議也注云言千之面十言百萬之面百者立方求積方再自乘方十再自乘之積千方百再自乘之積百萬就積開之故超二位言千之面十言百萬之面百也云再乘者亦求爲方冪以上議命而除之則立方等也者以上議再乘所借一算爲方冪又以上議乘之爲立方積

除之者於實內減去初商再自乘之立方積也
云為當復除故豫張三面以定方冪為定法也
者為實未盡當復更除故以上議自乘三之是
豫張三面已定方冪為定法也云復除者三面
方冪以皆自乘之數須得折議定其厚薄爾者
折議次商也三方皆已有冪須得次商以定其
厚薄也云設三廉之定長者三因上議為三廉
之定長也云欲以為隅方立方等未有定數且
置一算定其位者次商未有定數且置一算步
之定次商之位也云上方法長自乘而一折者

方一退也中廉法但有長故降一等者廉再退
也下隅法無面長故又降一等者隅三退也云
爲三廉備冪也者三廉以初商爲長有面無冪
今以次商乘之是爲三廉備冪也云令隅自乘
爲方冪也者次商自乘爲隅冪也云三面三廉
一隅皆已有冪者三方皆以初商爲廣袤自乘
而成三方冪三廉皆以初商爲袤次商爲廣相
乘而成三廉冪一隅以次商爲廣袤自乘而成
一隅冪也云以上議命之而除去三冪之厚者
上議次商也以次商乘三面三廉一隅之冪於

實內減去次商之立積也云凡再以中三以下加定法者并初商次商自乘三之爲三商之方法也



如圖三廉各以兩面之冪連於兩方之面一隅連於三廉之端

今有積四千五百尺亦謂立方之尺也問爲立圓徑幾何

荅曰二十尺依密率立圓徑二十八尺許積四千一百九十尺二十一

分尺之一十

又有積一萬六千四百四十八億六千六百四十三萬七千五百尺問為立圓徑幾何

荅曰一萬四千三百尺依術率為徑一萬四千六百四十三尺四分尺之三

開立圓

術曰置積尺數以十六乘之九而一所得開立方除之即丸徑立圓即丸也為術者蓋依周三徑一之率令圓冪居方冪四分之三圓囷居立方亦四分之三更令圓囷為方率十二為丸率九丸居圓囷又四分之三也置四分自乘得十六三分自乘得九故九居立方十六分之九也故以十六乘積九而一得立方

之積丸徑與立方等故開立方而除得徑也然此意非也何以驗之取立方棊八枚皆令立方一寸積之爲立方二寸規之爲圓囷徑二寸高二寸又復横規之則其形有似牟合方蓋矣八棊皆似陽馬圓然也按合蓋者方率也丸居其中即圓率也推此言之謂夫圓囷爲方率豈不闕哉以周三徑一爲圓率則圓冪傷少令圓囷爲方率則丸積傷多互相通補是以九與十六之率偶與實相近而丸猶傷多耳觀立方之內合蓋之外雖衰殺有漸而多少不掩判合總結方圓相纏濃纖詭互不可等正欲陋形措意懼失正理敢不闕疑以俟能言者　黃金方寸重十六兩金丸徑寸重九兩率生於此未曾驗也周官考工記㮚氏爲量改煎金錫則不耗不耗然後權之權之然後準之準之然後量之言鍊金使極精而後分之則可以爲率也令丸徑自乘三而一開方除之即丸中之立方也假令丸中立方五尺五尺爲句句自乘冪二十五尺倍之得五十尺以爲股冪謂平面方五尺之弦也以此弦冪爲股亦以五尺爲句并句股冪得七

十五尺是為大弦冪開方除之則大弦可知也大弦則中立方之長邪邪即丸徑也故中立方自乘之冪於丸徑自乘之冪三分之一也令大弦還乘其冪即丸外立方之積也大弦冪開之不盡令其冪七十五再自乘之為面命得外立方積四十二萬一千八百七十五尺之面又令中立方五尺自乘又以方乘之得積一百二十五尺一百二十五尺自乘為面命得積一萬五千六百二十五尺之面皆以六百二十五約之外立方積六百七十五尺之面中立方積二十五尺之面也 張衡算又謂立方為質立圓為渾衡言質之與中外之渾六百七十五尺之面開方除之不足一謂外質積二十六也內渾二十五之面謂積五尺也今撰令質言中渾渾又言質則二質相與之率猶衡二渾相與之率也衡蓋亦先二質之率推以言渾之率也衡又言質六十四之面渾二十五之面質復言渾謂居質八分之五也又云方八之面圓六之面圓渾相推知其復以圓困為方率渾為圓率也失之遠矣衡說之自然欲協其陰陽奇耦之說而不

顧踈密矣雖有文辭斯亂道破義病也置外質積二十六以九乘之十六而一得積十四尺八分之五即質[illegible]之渾也以分母乘全內子得一百一十七又[illegible]內質積五以分母乘之得四十是為質居渾一百一十七分之四十而渾率猶為傷多也假令方二尺方四面并得八尺也謂之方周其中令圓徑與方等亦二尺也丸之半徑以乘圓周之半即圓冪也半方以乘方周之半即方冪也然則方周知方冪之率也圓周知圓冪之率也按如衡衡方周率八之面圓周率五之面也令方周六十四尺之面即圓周四十尺之面也又令徑一尺方周四尺自乘得十六尺之面是為圓周率十二之面而徑率一之面也衡亦以周三徑一之率為非是故更著此法然增周太多過其實矣

臣淳風等謹按祖暅之謂劉歆張衡二人皆以圓囷為方率九為圓率乃設新法祖暅之開立圓術曰以二十一乘積十一而一開立方除之即立圓徑其意何也取立方棊一枚令立樞於左後之下隅從規去共右上之廉又令而橫規之去其前上之廉右

前之兼於是立方之綦分而爲四規內綦一謂
之內綦規外綦三謂之外綦規更合四綦復爲橫
斷之以句股言之令餘高爲句以內綦斷上方冪爲
股本方之數其弦也令句股之法以句冪減弦冪
則餘爲股冪若令餘高自乘減本方之冪餘之即
內減綦斷上冪也本方之冪即外四綦之冪
斷上冪然則餘高自乘即外三綦之斷上冪者矣
不問高卑勢皆然也然固有所歸同而塗殊者
爾而乃控遠以演類借況以析微按陽馬方高
數參等者列而立之橫截去上則高自乘與斷
上冪數亦等焉夫疊綦成立積緣冪勢既同則
積不容異由此觀之規之外三綦旁蹙爲一即
一陽馬也三分立方則陽馬居一內綦居二可
知矣合八小方成一大方合八內綦成一合蓋
內綦居小方三分之二則合蓋居立方亦三分
之二較然驗矣置三分之二以圓冪率三乘之
如方冪率四而一約而定之以爲丸率故曰丸
居立方三分之一也等數既密心亦昭晰張衡
放舊鄙陋於後劉徽循故未暇校新夫豈難哉
抑未之思也依密率立此圓積本以圓徑再自

乘十一乘之二十一而一約此積今欲求其本
積故以二十一乘之十一而一凡物再自乘開
立方除之復其本數故
立方除之即丸徑也

潢按張衡算一節文多舛錯如謂外質積二十
六也外質二字疑衍上言外之渾六百七十五
尺之面下言內渾二十五之面是推二渾相與
之率不言外質也又云方八之面圓六之面六
當作五玩下文方周率八之面圓周率五之面
可知丸半徑以乘圓周之半丸當作圓聲之誤
也是爲圓周率十二之面當作是爲圓周率一
十之面蓋方周四尺自乘得十六尺之面爲方

周六十四尺四分之一　圓周率一十之面亦爲
圓周四十尺四分之一　置周率一十之面開方
除之得三一六有奇故云增周太多　李注亦
多衍誤去其前上之廉右前之廉宋本無右前
之廉四字謂之外棊下衍規字餘卽內減棊斷
上方之冪也減字亦衍列而立之列當作倒疊
棊成立積棊當作冪形之誤也置三分之二以
圓冪率三乘之如方冪率四而一　於密率當以
圓冪率十一乘之如方冪率十四而一　丸居立
方三分之一　据術意當作丸居立方二十一分

之十一

草曰置積四千五百尺以十六乘之得七萬二千尺九而一得八千尺爲實開立方除之得二十尺卽立圓徑也合問

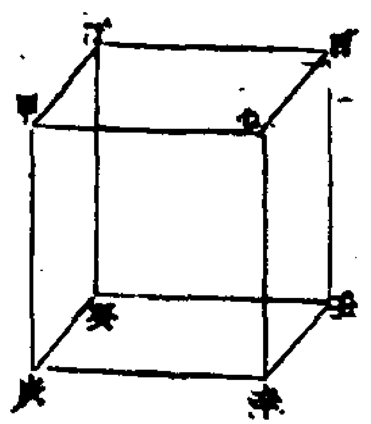
密率草曰置立圓徑二十尺再自乘得八千尺以十一乘之得八萬八千尺爲實以二十一爲法除之得四千一百九十尺二十一分尺之一十卽立圓積也注衍八字

草曰置積一萬六千四百四十八億六千六百四十三萬七千五百尺以十六乘之得二十六

萬三千一百七十八億六千三百萬尺九而一得二萬九千二百四十二億七百萬尺爲實開立方除之得一萬四千三百尺即立圓徑合問

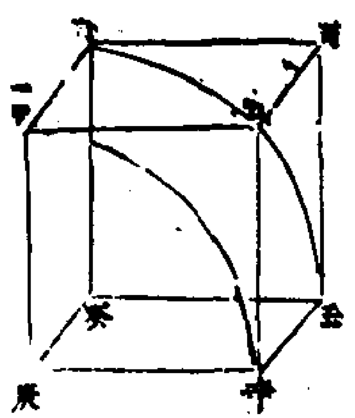
密率草曰置積一萬六千四百四十八億六千六百四十三萬七千五百尺以二十一乘之得三十四萬五千四百二十一億九千五百一十八萬七千五百尺十一而一得三萬一千四百一億九千九百五十六萬二千五百尺爲實開立方除之得一萬四千六百四十三尺一百分尺之七十五約爲四分尺之三即立圓徑也

說曰取立方棊一枚令立樞於左後之下隅

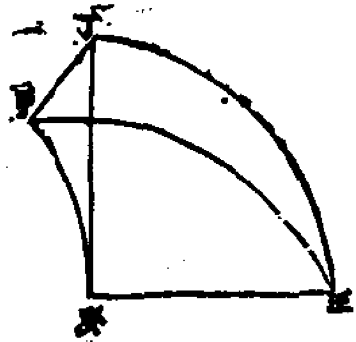


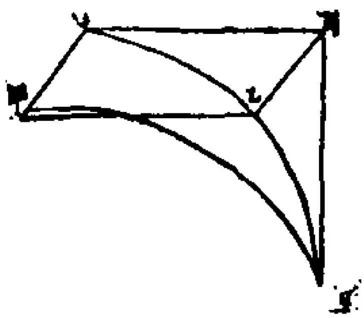
如圖甲壬立方各面皆等其羃則上甲丙下庚壬左甲癸右乙壬前丁壬後甲辛令立樞於庚為左後之下隅

從規去其右上之廉



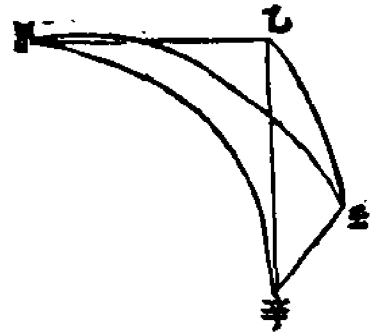
如圖作甲辛弧於後羃作丁壬弧於前羃自左上甲丁依前後弧剖至右下辛壬分立方為左凸右凹二形右凹形





左前外某前丁癸壬爲左凸形原有之立冪左甲丁癸爲甲癸弧所分之立冪并甲壬面所分之甲丁壬與甲癸壬二冪共四冪

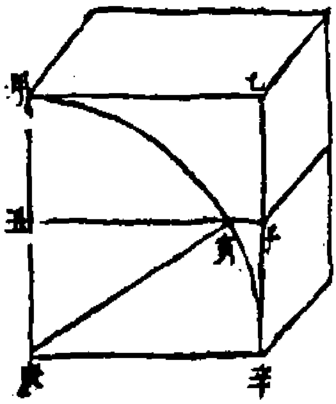
右前外某以丙壬立面聯前丁壬右乙壬爲二弧冪并甲壬面所分之甲丁壬與甲乙壬二冪及上冪共五冪與內某相對



右後外棊後甲乙辛爲右四形原有之立冪右乙辛壬爲乙壬弧所分之立冪并甲壬面所分之甲乙壬與甲辛壬二冪共四冪與左前外棊相對

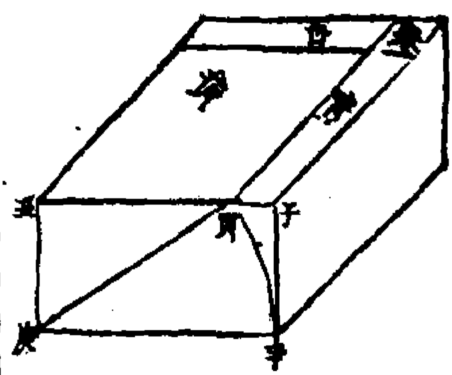
更合四棊復橫斷之以句股言之令餘高爲句內棊斷上方爲股本方之數其弦也句股之法以句冪減弦冪則餘爲股冪若令餘高自乘減本方之冪餘即內棊斷上方之冪也本方之冪

即內外四基之斷上冪然則餘高自乘即外三基之斷上冪矣不問高卑勢皆然也



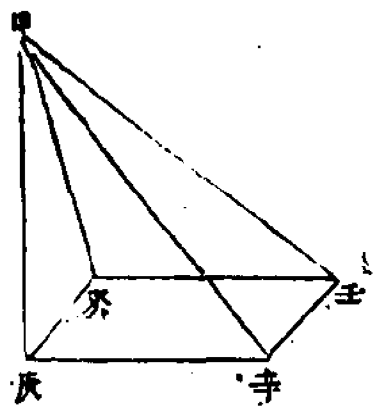
如圖合內外四基仍爲一立方復自中半以子丑面橫斷之截甲辛弧於寅則丑庚餘高爲句丑寅內基斷上方爲股庚寅本方之數爲弦以丑庚句自乘冪減庚寅弦自乘冪餘即丑寅股自乘冪此以立冪之句股言之也更以平冪之句股觀之

如圖截去立方子丑以上半



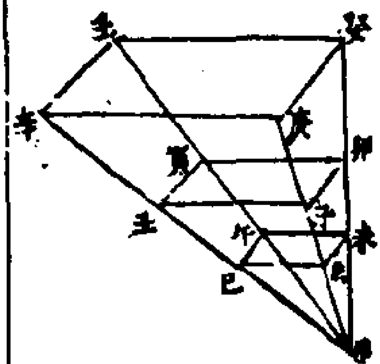
段存子丑以下半段則并黃朱青白冪爲本方弦冪黃冪爲內棊斷上冪以減本方冪餘朱青白冪爲餘高冪亦即外三棊之斷上冪朱冪正方即右前外棊斷上冪白冪長方即左前外棊斷上冪青冪長方即右後外棊斷上冪不拘在甲庚本方何處橫斷之以斷上方爲股皆得大小二正方與相等二長方爲本方之冪亦爲內外四棊之斷上冪但近上冪者內棊正方小外棊

正方大近下冪者內羃正方大外羃正方小而
相等二長方隨之爲消長爾
按陽馬方高數參等者倒而立之橫截去上則
高自乘與斷上冪數亦等焉



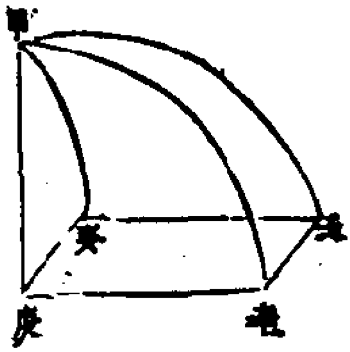
如圖方高等之陽馬方謂從
橫二面與高爲參等高爲句
與高相聯之兩面爲股大句
股既等每截一分其小句股
亦必等句自乘即餘高自乘冪股自乘即斷上
冪句股既等則二冪必等倒而立之謂以陽馬

頂銳向下立之合餘高在下斷上冪在上與外三棊同勢也

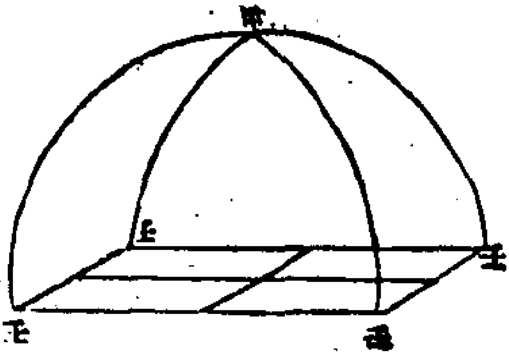


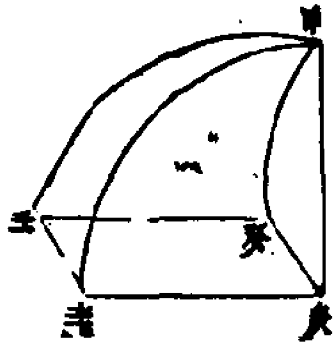
如圖以方高參等陽馬倒而立之甲為頂銳向下庚辛壬癸方冪為底向上截子甲為餘高子丑為斷上方子丑寅卯為子丑斷上冪亦為子甲餘高自乘冪以子甲句與子丑股相等故也若截辰甲為餘高辰巳為斷上方辰巳午未為辰巳斷上冪亦為辰甲餘高自乘冪以辰甲句與辰巳股相等故也

夫疊羃成立積緣羃勢旣同則積不容異由此觀之規之外三棊旁蹙爲一即一陽馬也三分立方則陽馬居一內棊居二可知矣合八小方成一大方合八內棊成一合蓋內棊居小方三分之二則合蓋居立方亦三分之二較然驗矣

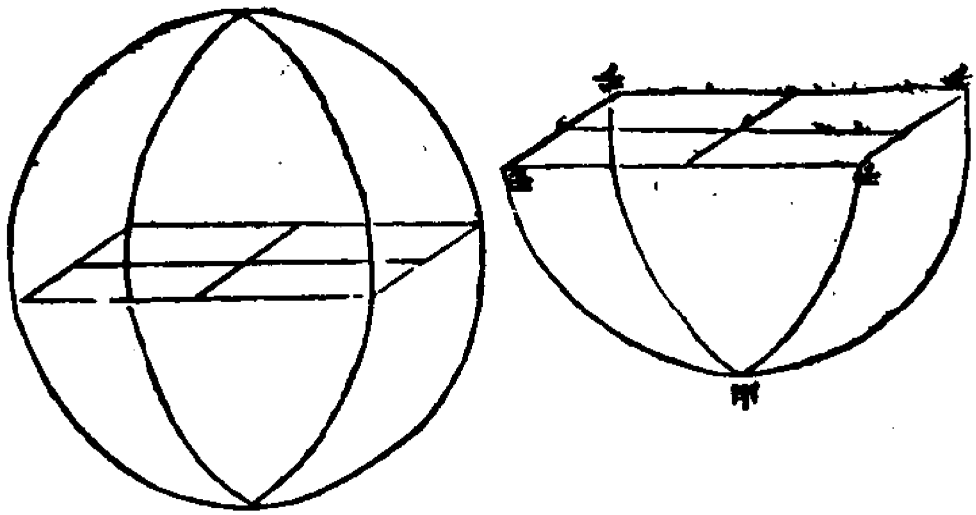


如圖合二內棊爲一形觀之則二甲庚面合爲一甲庚面二庚辛面合爲一庚辛面二辛壬面以辛聯之爲壬辛壬面即立方之一面二庚癸面





以庚聯之爲癸庚癸面惟甲壬稜面在兩旁爲一弧面羃之界甲壬稜外各有一甲癸壬半弧面羃此合蓋上半四分之二也又并二丙綦爲一形合之則甲壬稜之在兩旁者必各合爲一壬甲壬稜面兩甲癸壬半弧面羃必合又形兩甲癸壬半弧面羃得二全弧面羃又形亦自有壬辛



壬一全弧面冪是合四丙綦爲合蓋上半得四弧面冪甲爲頂銳即一角自此角引四甲壬稜面達於方周之四隅得四壬爲四半角壬辛壬爲方面亦爲四半稜面又并四丙綦爲合蓋下半亦如上半有四弧面冪一角四半角四弧稜四半稜并上半下半爲合蓋全形其上下形相合處

每以二半角合爲一角二半䙡合爲一䙡共得八弧羃六角十二䙡爲合蓋形

置三分之二以圓羃率十一乘之如方羃率十四而一約而定之以爲丸率故曰丸居立方二十一分之十一也瀇按此釋左氏術自當依其方羃十四圓羃十一之率不得用方四圓三古率甚明且上下文皆以二十一與十一爲率可證也置合蓋率居立方三分之二以圓羃率十一乘分子二得二十二爲實以方羃率十四乘分母三得四十二爲法實不滿法命爲四十二

分之二寸二半之為二十二分之十一即立方
立圓之率也置立方積尺以立圓率十一乘之
如立方率二十一而一得立圓積若以立圓積
求徑則置立圓積尺以立方率二十一乘之如
立圓率十一而一得立方積開立方除之得立
方面即立圓徑

九章算術細草圖說卷四　門下晚學生沈欽裴算校